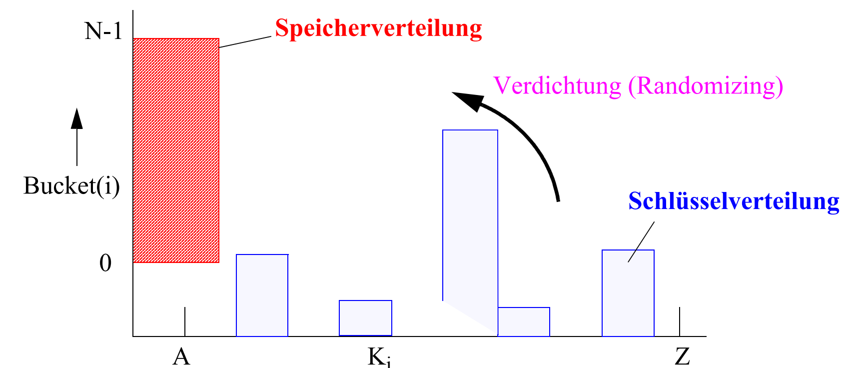
7. Hash-basierte Zugriffspfade

- **Ziele**
  - Nutzung der Schlüsseltransformation als Entwurfsprinzip für Zugriffspfade auf die Sätze einer Tabelle bei denen ein Suchkriterium unterstützt wird
  - Einschränkung auf Schlüsselzugriff, keine Bereichssuche usw.
- **Schnellerer Schlüsselzugriff erfordert Hash-Verfahren**
  - Hash-Verfahren auf Externspeichern
    - Statische Verfahren
    - Dynamisches Hashing
  - (nur) direkter Zugriff
  - idealerweise 1 Seitenzugriff
- **Erweiterbares Hashing**
  - Kombination von Konzepten der Digitalbäume und B-Bäume
  - Erweiterbares Hashing unterstützt stark wachsende Datenbestände (≤ 2 Seitenzugriffe)
- **Externes Hashing mit Separatoren**
- **Lineares Hashing**
- **Wichtige Kenngrößen:**
  - n = #Sätze eines Satztyps
  - b = #Sätze/Bucket (Kapazität)
  - N = #Buckets
  - β = Belegungsfaktor

Gestreute Speicherungsstrukturen (Hash-Verfahren)

- **Direkte Berechnung** der Satzadresse über Schlüssel (Schlüsseltransformation)
- **Hash-Funktion**

  h: S → {0, 1, ..., N-1} S = Schlüsselraum
  N = Größe des statischen Hash-Bereiches in Seiten (***Buckets***)
- **Idealfall: h ist injektiv (keine Kollisionen)**
  - nur in Ausnahmefällen möglich ('dichte' Schlüsselmenge)
  - jeder Satz kann mit einem Seitenzugriff gefunden werden
- **Statische Hash-Bereiche mit Kollisionsbehandlung**
  - vorhandene Schlüsselmenge K (K ⊆ S) soll möglichst gleichmäßig auf die N Buckets verteilt werden



  - Behandlung von Synonymen
    - Aufnahme im selben Bucket, wenn möglich
    - ggf. Anlegen und Verketten von Überlaufseiten
  - typischer Zugriffsfaktor: 1.1 bis 1.4
- **Vielzahl von Hash-Funktionen anwendbar**

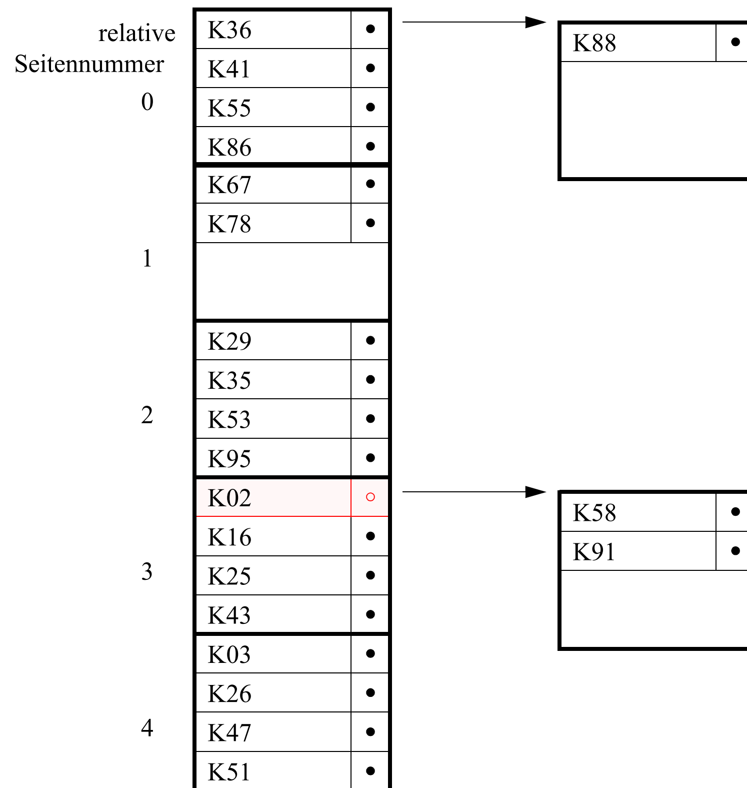
  z. B. Divisionsrestverfahren, Faltung, Codierungsmethode, ...

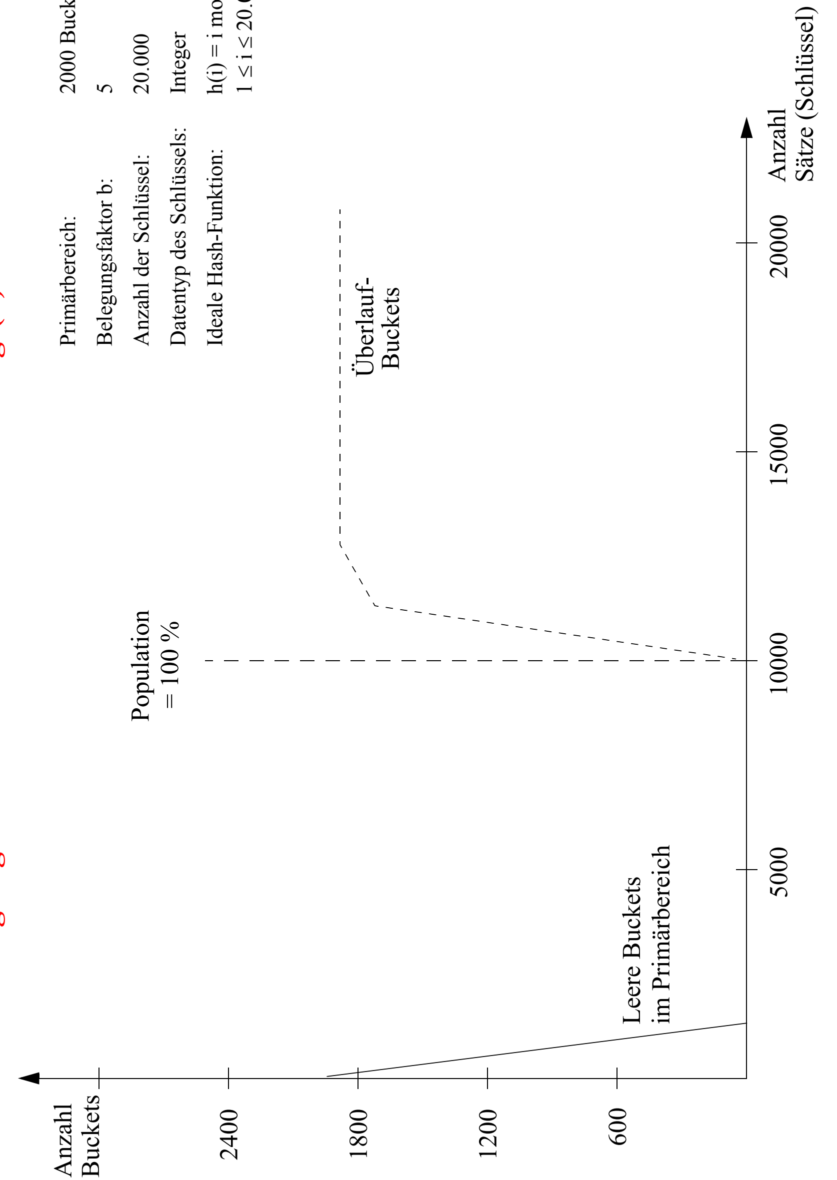
Statisches Hash-Verfahren mit Überlaufbereichen: Beispiel

- **Adreßberechnung für Schlüssel K02:**

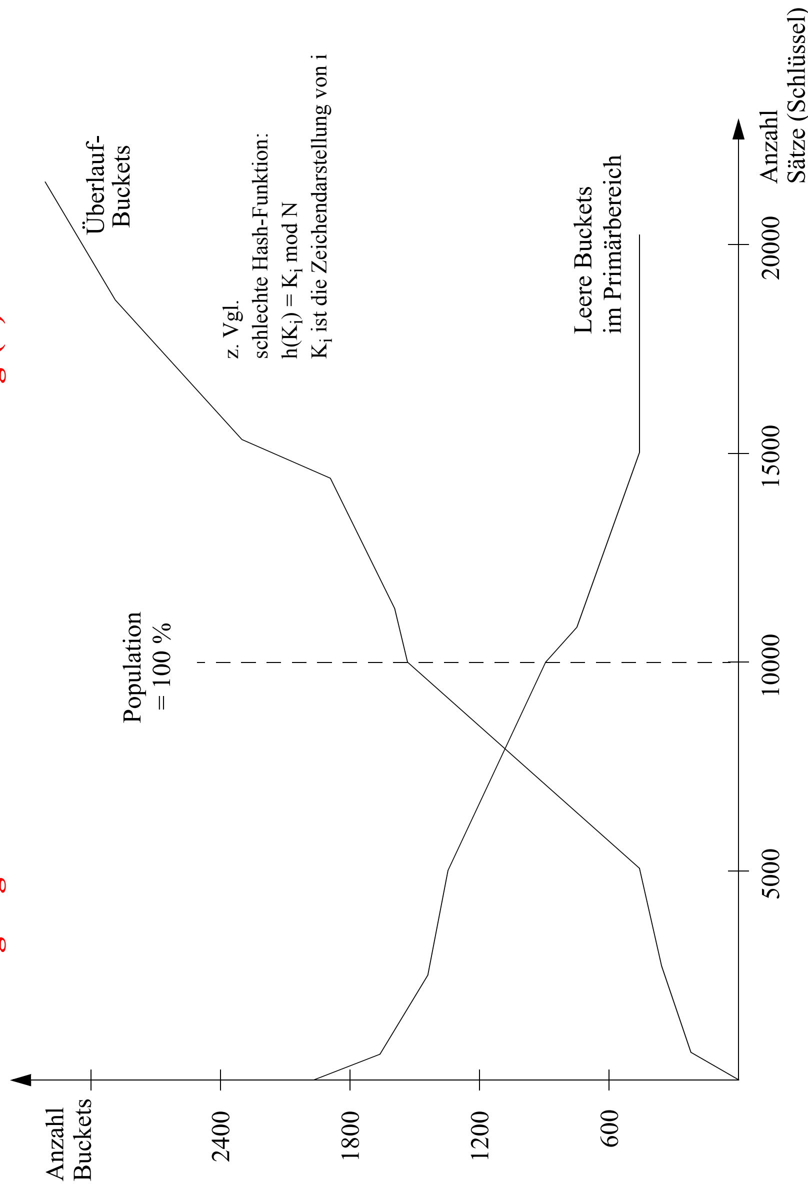
$$
\begin{array}{rl}
 & 1101\ 0010 \\
\oplus & 1111\ 0000 \\
\oplus & 1111\ 0010 \\
\hline
 & 1101\ 0000 = 208_{10}
\end{array}
$$

208 mod 5 = 3



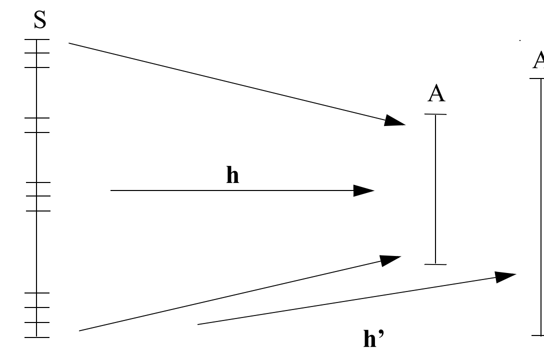


Belegung von Hash-Bereichen – Messung (2)



Dynamische Hash-Verfahren

- **Wachstumsproblem bei statischen Verfahren**
  - Statische Allokation von Speicherbereichen: Speicherausnutzung?
  - Bei Erweiterung des Adreßraums: Rehashing
  - ➥ Kosten, Verfügbarkeit, Adressierbarkeit



  ➥ Alle Sätze erhalten eine **neue Adresse**

- **Entwurfsziele**
  - Dynamische Struktur erlaubt Wachstum und Schrumpfung des Hash-Bereichs (Datei)
  - Keine Überlauftechniken
  - Zugriffsfaktor ≤ 2 für die direkte Suche

- **Viele konkurrierende Ansätze**
  - Extensible Hashing (Fagin et al., 1978)
  - Virtual Hashing und Linear Hashing (Litwin, 1978, 1980)
  - Dynamic Hashing (Larson, 1978)
  - ➥ Lösungsvorschläge **mit und ohne Index** (Hilfsdaten)
    „Any hashing which may dynamically change its hashing function".

Erweiterbares Hashing

- **Lösungsidee: Verknüpfung der**
  - von den B-Bäumen bekannten Split- und Mischtechniken von Seiten zur Konstruktion eines dynamischen Hash-Bereichs mit der
  - von den Digitalbäumen her bekannten Adressierungstechnik zum Aufsuchen eines Speicherplatzes

- **Prinzipielle Vorgehensweise**
  - Die einzelnen Bits eines Schlüssels steuern den Weg durch den zur Adressierung benutzten Digitalbaum.
  - $K_i = (b_0, b_1, b_2, \ldots)$. Es ist prinzipiell möglich, die Bitfolge von K_i direkt für die Adressierung heranzuziehen. Bei Ungleichverteilung der Schlüssel ist dann ein unausgewogener Digitalbaum zu erwarten.
  - Da Digitalbäume keinen Balancierungsmechanismus für ihre Höhe besitzen, muß die Ausgewogenheit “von außen” aufgezwungen werden.
  - $h(K_i) = (b_0, b_1, b_2, \ldots)$. Die Verwendung von $h(K_i)$ als sog. Pseudoschlüssel (PS) soll bessere Gleichverteilung gewährleisten.

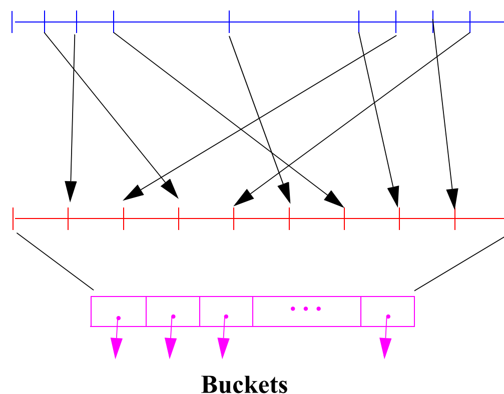
- **Gleichverteilung der Pseudoschlüssel PS**
  impliziert minimale Höhe des Digitalbaumes

Ungleichverteilung der Schlüssel K

$h(K_i) \longrightarrow$ PS

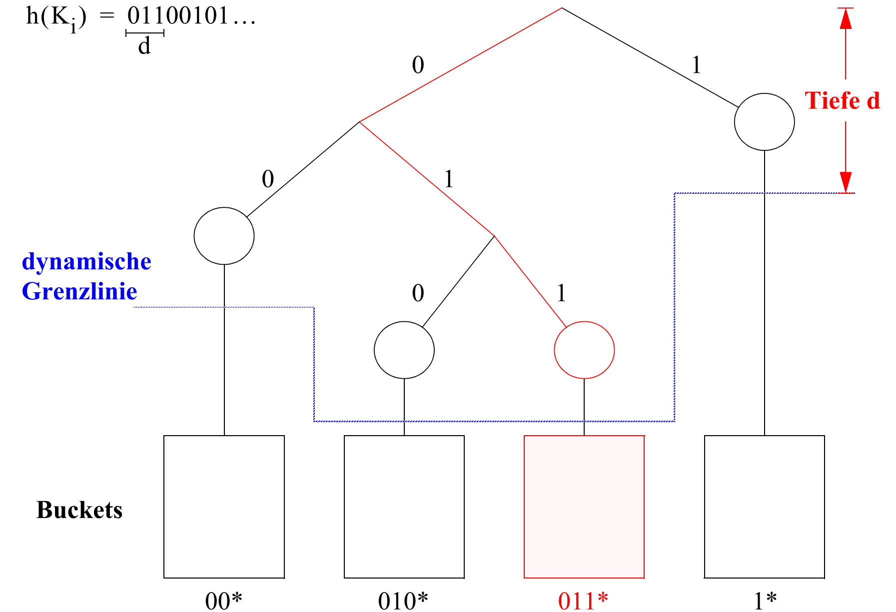
Gleichverteilung der PS

PS werden abgebildet auf Directory



Erweiterbares Hashing[1] (2)

- **Prinzipielle Abbildung der Pseudoschlüssel**



- Zur Adressierung eines Buckets sind d Bits erforderlich, wobei sich dafür i. allg. eine dynamische Grenzlinie variierender Tiefe ergibt.
- Die Digitalbaum-Adressierung bricht ab, sobald ein Bucket den ganzen Teilbaum aufnehmen kann.

➥ ausgeglichener Digitalbaum garantiert minimales d_{max}

- **Dynamisches Wachsen und Schrumpfen des Hash-Bereiches**
  - Buckets werden erst bei Bedarf bereitgestellt
  - Knoten unterschiedlicher Tiefe verweisen auf ein Bucket

➥ **hohe Speicherplatzbelegung möglich**

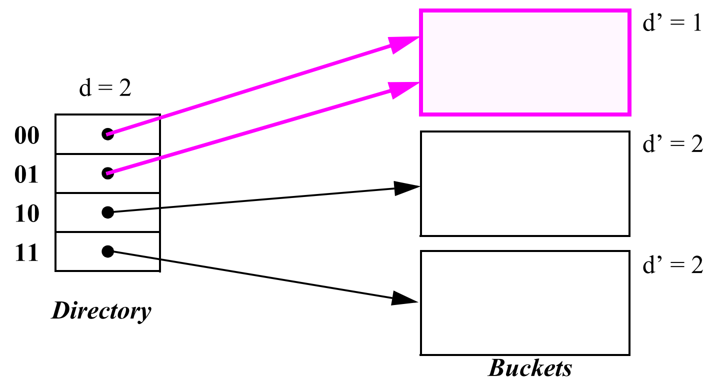
1. Fagin, R., et. al: Extendible hashing– a fast access method for dynamic files. ACM Trans. Database Syst. 4:3. 1979. 315-344

Erweiterbares Hashing (3)

- **Verfahren benötigt keine Überlaufbereiche, jedoch erfolgt Zugriff über *Directory* (Index)**
  - Binärer Digitalbaum der Höhe d wird durch einen (2^d)-Digitalbaum der Höhe 1 implementiert (Trie der Höhe 1 mit 2^d Einträgen)
  - d wird festgelegt durch den längsten Pfad im binären Digitalbaum
  - In einem Bucket werden nur Sätze gespeichert, deren PS in den ersten d' Bits übereinstimmen (d' = lokale Tiefe)
  - d = MAX (d'): d Bits des PS werden zur Adressierung verwendet (d = globale Tiefe)
  - Directory enthält 2^d Einträge

- **Speicherungsstruktur**

  Der Trie läßt sich als Directory oder Adreßverzeichnis auffassen. Die d Bits von $h(K_i)$ zeigen im Directory auf einen Eintrag mit der Adresse des Buckets, das den Schlüssel K_i enthält. Wenn d' < d, können (benachbarte) Einträge auf dasselbe Bucket verweisen.

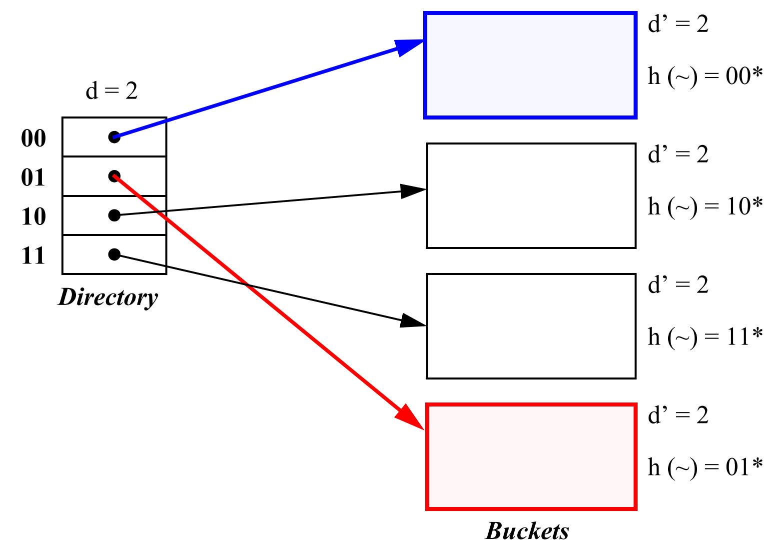


➥ Kosten der direkten Suche: **max. 2 Seitenzugriffe**

Erweiterbares Hashing: Splitting von Buckets (1)

- **Fall 1: Überlauf eines Buckets, dessen lokale Tiefe kleiner als die globale Tiefe d ist**

➥ Anlegen eines neuen Buckets (Split) mit
  - lokaler Neuverteilung der Daten
  - Erhöhung der lokalen Tiefe
  - lokaler Korrektur der Verweise im Directory

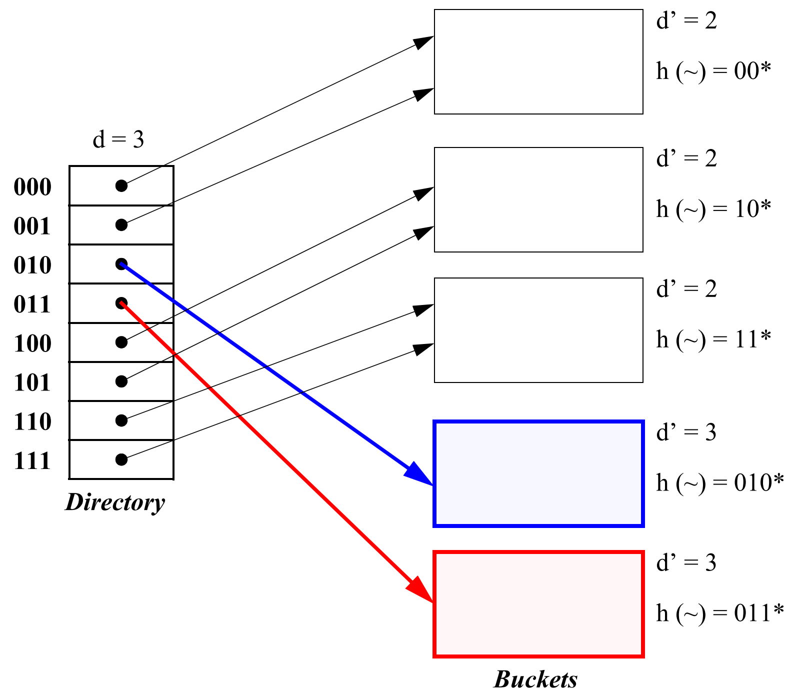


Erweiterbares Hashing: Splitting von Buckets (2)

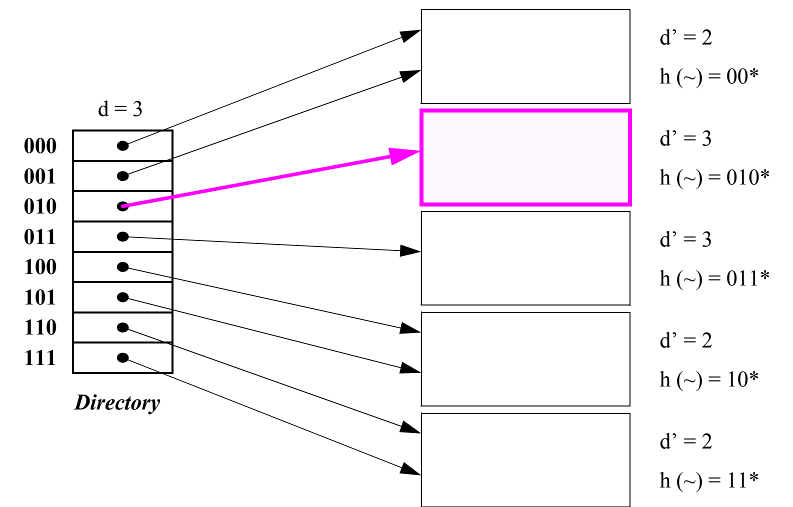
- **Fall 2: Überlauf eines Buckets, dessen lokale Tiefe gleich der globalen Tiefe ist**

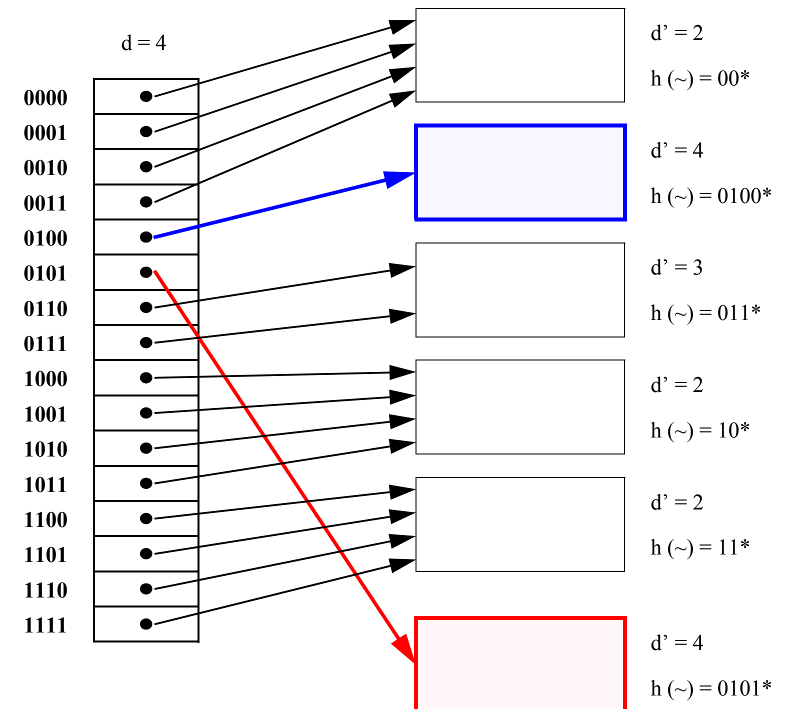
➥ Anlegen eines neuen Buckets (Split) mit

- lokaler Neuverteilung der Daten (Erhöhung der lokalen Tiefe)
- Verdopplung des Directories (Erhöhung der globalen Tiefe)
- globaler Korrektur/Neuverteilung der Verweise im Directory



Erweiterbares Hashing: Splitting von Buckets (3)





Externes Hashing ohne Überlaufbereiche

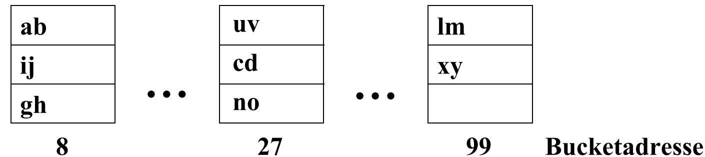
- **Ziel**
  - Jeder Satz kann mit genau einem E/A-Zugriff gefunden werden

    ➥ Gekettete Überlaufbereiche können nicht benutzt werden

- **Statisches Hashing**
  - n Sätze, N Buckets mit Kapazität b
  - Belegungsfaktor $\beta = \frac{n}{N \cdot b}$

- **Überlaufbehandlung**
  - Open Adressing (ohne Kette oder Zeiger)
  - Bekannteste Schemata: Lineares Sondieren und Double Hashing
  - Sondierungsfolge für einen Satz mit Schlüssel k:
    - $H(k) = (h_1(k), h_2(k), \ldots, h_N(k))$
    - bestimmt Überprüfungsreihenfolge der Buckets (Seiten) beim Einfügen und Suchen
    - wird durch k festgelegt und ist eine Permutation der Menge der Bucketadressen $\{0, 1, \ldots, N-1\}$

- **Erster Versuch**
  - Aufsuchen oder Einfügen von k = xy



  - Sondierungsfolge sei $H(xy) = (8, 27, 99, \ldots)$
  - Viele E/A-Zugriffe
  - Wie geschieht das Einfügen?

Externes Hashing mit Separatoren[2]

- **Zugriffspfad für Primärschlüssel**

- **Einsatz von Signaturen**
  - Jede Signatur $s_i(k)$ ist ein t-Bit Integer
  - Für jeden Satz mit Schlüssel k wird eine Signaturfolge benötigt:
    $S(k) = (s_1(k), s_2(k), \ldots, s_N(k))$
  - Die Signaturfolge wird eindeutig durch k bestimmt
  - Die Berechnung von S(k) kann durch einen Pseudozufallszahlen-Generator mit k als Saat erfolgen
    (Gleichverteilung der t Bits wichtig)

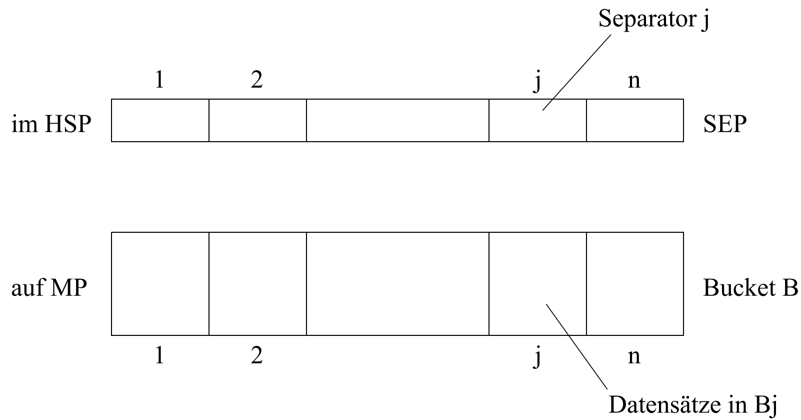
- **Nutzung der Signaturfolge zusammen mit der Sondierungsfolge**
  - Bei Sondierung $h_i(k)$ wird $s_i(k)$ benutzt, $i = 1, 2, \ldots, N$
  - Für jede Sondierung wird eine neue Signatur berechnet!

- **Einsatz von Separatoren**
  - Ein Separator besteht aus t Bits
  - Separator j, j = 0, 1, 2, ..., N-1, gehört zu Bucket j
  - Eine Separatortabelle SEP enthält die N Separatoren und wird im Hauptspeicher gehalten.

2. Larson, P.-A. and Kajla, A.: File organization: implementation of a method guaranteeing retrieval in one access, in: Comm. of the ACM 27,7 (1984), 670-677.

Externes Hashing mit Separatoren – Beispiel

- **Speicherungsmodell**



- **Prinzip des Hashing**

1. Sondierungsfolge

$H(k) = (h_1(k), h_2(k), \ldots, h_n(k))$

$H(xz) = (8, 27, 99, \ldots, 1)$ ← Bucketadr.

2. Signaturfolge

$S(xz) = (0110, 1100, \ldots, 1100)$ ← Signatur

$S(k) = (s_1(k), s_2(k), \ldots, s_n(k))$

Externes Hashing mit Separatoren (2)

- **Nutzung der Separatoren**
  - Wenn Bucket B_i r-mal (r > b) sondiert wurde, müssen mindestens (r – b) Sätze abgewiesen werden; sie müssen das nächste Bucket in ihrer Sondierungsfolge aufsuchen.
  - Für die Entscheidung, welche Sätze im Bucket gespeichert werden, sind die r Sätze nach ihren momentanen Signaturen zu sortieren.
  - Sätze mit niedrigen Signaturen werden in B_i gespeichert, die mit hohen Signaturen müssen weitersuchen.
  - Eine Signatur, die die Gruppe der niedrigen eindeutig von der der höheren Signaturen trennt, wird als Separator j für B_j in SEP aufgenommen. Separator j enthält den niedrigsten Signaturwert der Sätze, die weitersuchen müssen.
  - Ein Separator partitioniert also die r Sätze von B_j. Wenn die ideale Partitionierung (b, r – b) nicht gewählt werden kann, wird eine der folgenden versucht:

    (b – 1, r – b + 1), (b – 2, r – b + 2), …, (0, r)

    ➥ Ein Bucket mit Überlaufsätzen kann weniger als b Sätze gespeichert haben.

- **Beispiel: r = 5, t= 4**
  - Signaturen 0001, 0011, 0100, 0100, 1000 } für Bucket B_i
  - b = 4: Separator = 1000, Aufteilung (4, 1)

    ➥ SEP [j] = 1000
  - b = 3: Separator = 0100, Aufteilung (2, 3)

    ➥ SEP [j] = 0100

Externes Hashing mit Separatoren (3)

- **Aufsuchen**
  - In der Sondierungsfolge S(k) werden die $s_i(k)$ mit $SEP[h_i(k)]$, $i = 1, 2, \ldots$, im Hauptspeicher verglichen.
  - Sobald ein $SEP[h_i(k)] > s_i(k)$ gefunden wird, ist die richtige Bucketadresse $h_i(k)$ lokalisiert.
  - Das Bucket wird eingelesen und durchsucht. Wenn der Satz nicht gefunden wird, existiert er nicht.

    ➥ Es ist genau ein E/A-Zugriff erforderlich

- **Einfügen**
  - kann Verschieben von Sätzen und Ändern von Separatoren erfordern.
  - Wenn für einen Satz $s_i(k) < SEP[j]$ mit $j = h_i(k)$ gilt, muß er in Bucket B_j eingefügt werden.
  - Falls B_j schon voll ist, müssen ein oder mehrere Sätze verschoben und SEP [j] entsprechend aktualisiert werden.
  - Alle verschobenen Sätze müssen dann in Buckets ihrer Sondierungsfolgen wieder eingefügt werden

    ➥ Dieser Prozeß kann kaskadieren

    ➥ β nahe bei 1 ist unsinnig, da die Einfügekosten explodieren; Empfehlung: $\beta < 0{,}8$

Externes Hashing mit Separatoren (4)

- **Initialisierung der Separatoren mit 2^t-1**
  - Separator eines Buckets, das noch nicht übergelaufen ist, soll größer als alle Signaturen sein

    ➥ einfachere Algorithmen

  - daher Bereich der Signaturen: $0, 1, \ldots, 2^t - 2$.

- **Beispiel: Startsituation**

Separator	1111		1111		1111		1111	
	Key	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**
Bucket	ab	0100	ef	0010	uv	0101	lm	0100
			cd	0101			xy	0110
			(gh →)					
Bucketadr.	**8**		**18**		**27**		**99**	

Einfügen von k = gh mit $h_1(gh) = 18$, $s_1(gh) = 1110$

Einfügen von $k = ij$ mit $h_1(ij) = 18$, $s_1(ij) = 0101$

- **Erster Bucketüberlauf**

$k = gh$ muß weiter sondieren: z.B.: $h_2(gh) = 99$, $s_2(gh) = 1010$

Separator	1111		1110		1111		1111	
	Key	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**
Bucket	ab	0100	ef	0010	uv	0101	lm	0100
			cd	0101			xy	0110
			ij	0101				
Bucketadr.	**8**		**18**		**27**		**99**	

Externes Hashing mit Separatoren (5)

- **Situation nach weiteren Einfügungen und Löschungen**

	1000		1110		1111		1000	Separator
Key	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	
ab	0100	ef	0010	uv	0101	lm	0010	**Bucket**
		cd	0101	mn	1001	xy	0110	
		ij	0101					
8		**18**		**27**		**99**		**Bucketadr.**

- **Einfügung von** $\mathbf{H(qr)} = (8, 18, \ldots)$ **und** $\mathbf{S(qr)} = (1011, 0011, \ldots)$

	1000		0101		1111		1000	Separator
Key	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	**Key**	**Sign.**	
ab	0100	ef	0010	uv	0101	lm	0010	**Bucket**
ij	0110	qr	0011	mn	1001	xy	0110	
				cd	1011			
8		**18**		**27**		**99**		**Bucketadr.**

Sondierungs- und Signaturfolgen von cd und ij seien

H (cd) = (18, 27, ...) und S (cd) = (0101, 1011, ...)
H (ij) = (18, 99, 8, ...) und S (ij) = (0101, 1110, 0110, ...)

Lineares Hashing[3]

- **Dynamisches Wachsen und Schrumpfen des (primären) Hash-Bereichs (Datei)**
  - minimale Verwaltungsdaten
  - keine großen Directories für die Hash-Datei
- **Aber: es gibt keine Möglichkeit, Überlaufsätze vollständig zu vermeiden!**
  - eine hohe Rate von Überlaufsätzen wird als Indikator dafür genommen, daß die Datei eine zu hohe Belegung aufweist und deshalb erweitert werden muß
  - Buckets werden in einer fest vorgegebenen Reihenfolge gesplittet

    ➥ einzige Information: nächstes zu splittendes Bucket
- **Prinzipieller Ansatz**
  - N: Größe der Ausgangsdatei in Buckets
  - Folge von Hash-Funktionen $h_0, h_1, \ldots$
    - wobei $h_0(k) \in \{0, 1, \ldots, N-1\}$
    - und $h_{j+1}(k) = h_j(k)$ oder

      $h_{j+1}(k) = h_j(k) + N \cdot 2^j$

      für alle $j \geq 0$ und alle Schlüssel k gilt
    - gleiche Wahrscheinlichkeit für beide Fälle von h_{j+1} erwünscht
- **Beispiel**
  - $h_j(k) = k(\mathrm{mod} N \cdot 2^j)$, $j = 0, 1, \ldots$

3. Litwin, W.: Linear hashing: a new tool for files and tables implementation. Proc. 6th Int. Conf.. VLDB. Montreal. 1980. 212-223.

Lineares Hashing – Beispiel

- **Prinzip: LH**

$h_0(k_i) \in \{0, ..., N - 1\} = \{0,1\}$ für $N = 2$

$h_1(k_i) = h_0(k_i)$ oder
$h_1(k_i) = h_0(k_i) + N \cdot 2^0$ } $j = 0$

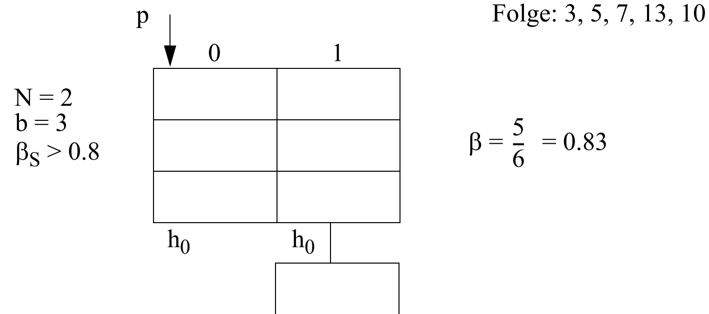
allgem.:

$h_{j+1}(k_i) = h_j(k_i)$ oder

$h_{j+1}(k_i) = h_j(k_i) + \underbrace{N \cdot 2^j}_{\text{um } N \cdot 2^j \text{ versetzt}}$

- **$h_0(k_i) = k_i$ mod $(2^0 * N)$**

Folge: 3, 5, 7, 13, 10



$\beta = \frac{5}{6} = 0.83$

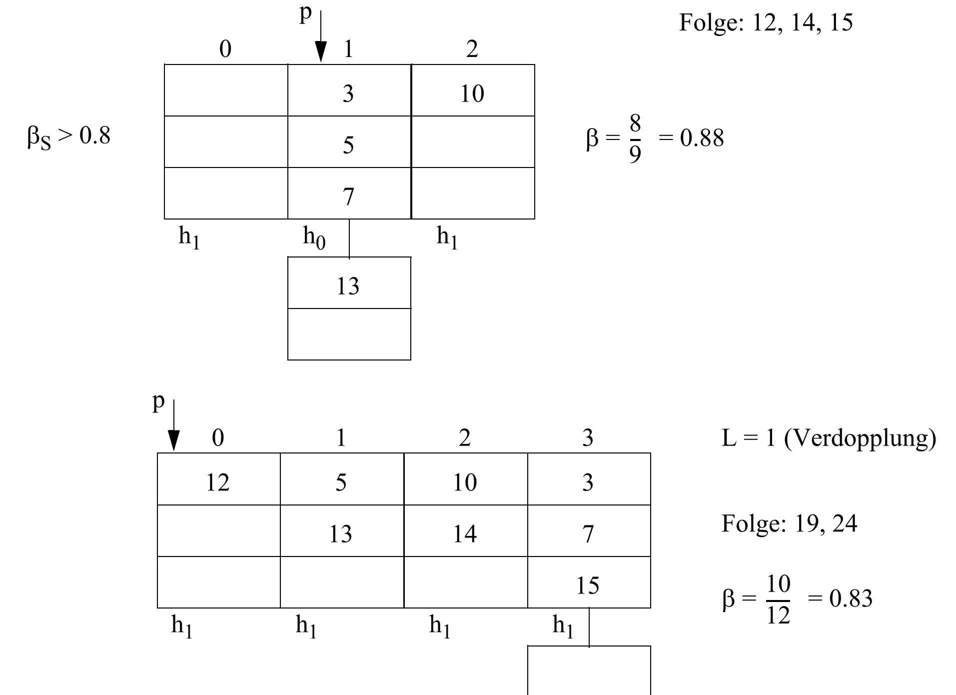
Erweiterung:

- Neuaufteilung von Bucket p: $p := p+1$
- Adressierung: $h := h_L(k)$ $(L = 0)$
  if $h < p$ then $h := h_{L+1}(k)$

Lineares Hashing – Beispiel 2

- **$h_1(k_i) = k_i$ mod $(2^1 * N)$**

Folge: 12, 14, 15



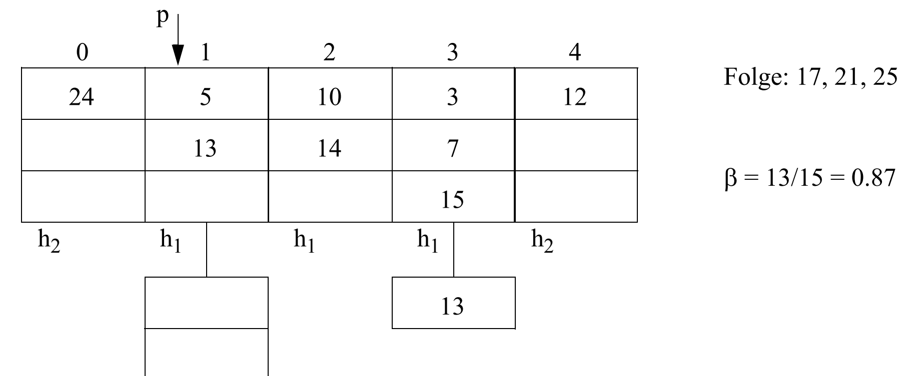
$\beta = \frac{8}{9} = 0.88$

L = 1 (Verdopplung)

Folge: 19, 24

$\beta = \frac{10}{12} = 0.83$

- **$h_2(k_i) = k_i$ mod $(2^2 * N)$**



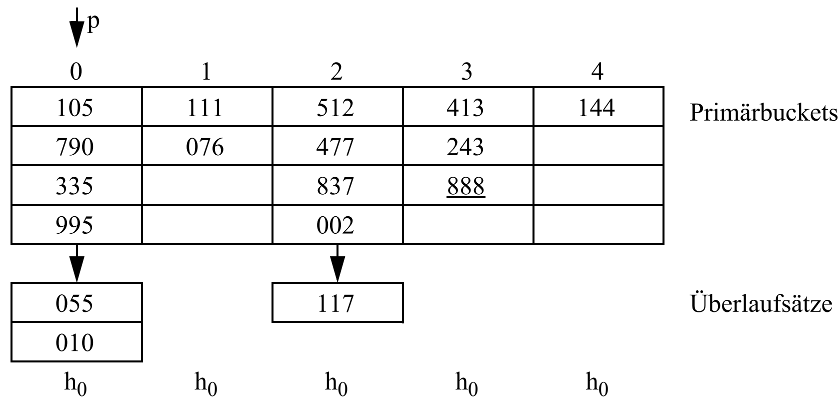
Folge: 17, 21, 25

$\beta = 13/15 = 0.87$

Lineares Hashing (2)

- **Beschreibung des Dateizustandes**
  - L: Anzahl der bereits ausgeführten Verdopplungen
  - p: zeigt auf nächstes zu splittendes Bucket $(0 \leq p < N \cdot 2^L)$
  - β: Belegungsfaktor $= \dfrac{n}{(N \cdot 2^L + p) \cdot b}$
  - n: Anzahl der gespeicherten Sätze
  - b: Kapazität eines Buckets

- **Beispiel: Prinzip des linearen Hashing**
  - $h_0(k) = k \bmod 5$
  - $h_1(k) = k \bmod 10, \ldots$
  - $b = 4, L = 0, N = 5$
  - Splitting, sobald $\beta > \beta_s = 0.8$

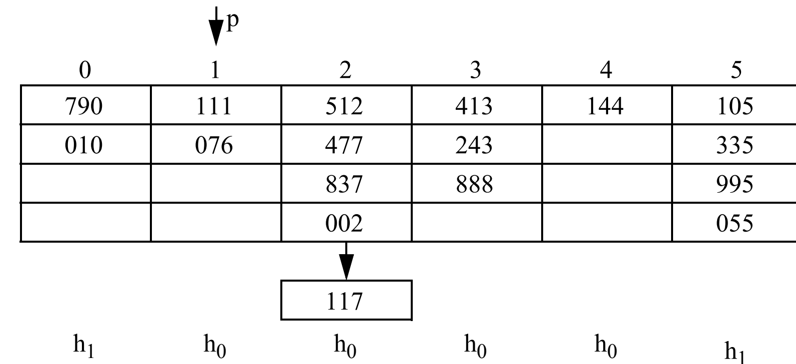


p → Bucket 0

	0	1	2	3	4
Primärbuckets	105	111	512	413	144
	790	076	477	243	
	335		837	888	
	995		002		
Überlaufsätze	055		117		
	010				
	h_0	h_0	h_0	h_0	h_0

Lineares Hashing (3)

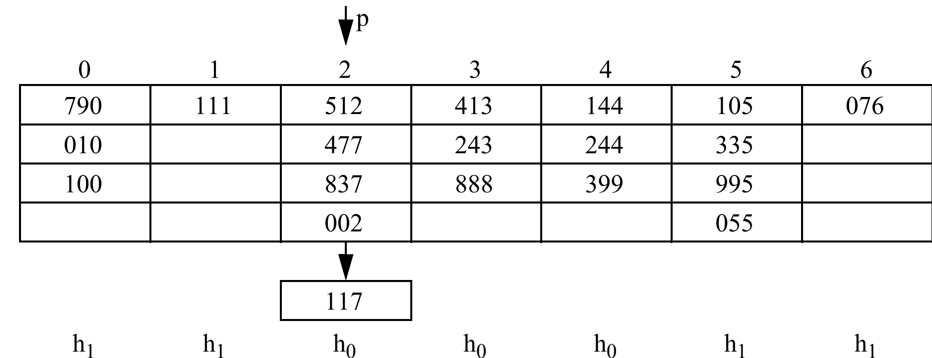
- **Einfügen von 888 erhöht Belegung auf** $\beta = 17/20 = 0.85$ **und löst Splitting aus.**



p → Bucket 1

0	1	2	3	4	5
790	111	512	413	144	105
010	076	477	243		335
		837	888		995
		002			055
		117			
h_1	h_0	h_0	h_0	h_0	h_1

- Einfügen von 244, 399 und 100. Die letzte Einfügung erhöht die Belegung auf $\beta = 20/24 = 0.83$ und löst Splitting aus:



p → Bucket 2

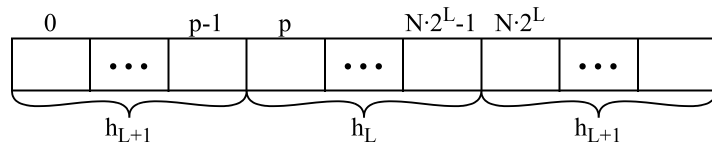
0	1	2	3	4	5	6
790	111	512	413	144	105	076
010		477	243	244	335	
100		837	888	399	995	
		002			055	
		117				
h_1	h_1	h_0	h_0	h_0	h_1	h_1

Lineares Hashing (4)

- **Splitting**
  - Auslöser: β
  - Position: p
  - Datei wird um 1 vergrößert
  - p wird um 1 erhöht: $p := (p+1) \bmod (N \cdot 2^L)$
  - Wenn p wieder auf Null gesetzt wird (Verdopplung der Datei beendet), wird L um 1 erhöht

- **Adreßberechnung**
  - Wenn $h_0(k) \geq p$, dann ist h_0 die gewünschte Adresse
  - Wenn $h_0(k) < p$, dann war das Bucket bereits gesplittet. $h_1(k)$ liefert die gewünschte Adresse
  - allgemein:

    $h := h_L(k)$;
    if $h < p$ then $h := h_{L+1}(k)$;



- **Split-Strategien**
  - Unkontrolliertes Splitting
    - Splitting, sobald ein Satz in den Überlaufbereich kommt
    - $\beta \sim 0.6$, schnelleres Aufsuchen
  - Kontrolliertes Splitting
    - Splitting, wenn ein Satz in den Überlaufbereich kommt und $\beta > \beta_s$
    - $\beta \sim \beta_s$, längere Überlaufketten möglich

Vergleich der wichtigsten Zugriffsverfahren

Zugriffsverfahren	Speicherungsstruktur	Direkter Zugriff	Sequentielle Verarbeitung	Änderungsdienst (Ändern ohne Aufsuchen)
Fortlaufender Schlüsselvergleich	Sequentielle Liste	$O(n) \approx 10^4$	$O(n) \approx 2 \cdot 10^4$	$O(1) \leq 2$
	Gekettete Liste	$O(n) \approx 5 \cdot 10^5$	$O(n) \approx 10^6$	$O(1) \leq 3$
Baumstrukturierter Schlüsselvergleich	Balancierte Binärbäume	$O(\log_2 n) \approx 20$	$O(n) \approx 10^6$	$O(1) = 2$
	Mehrwegbäume	$O(\log_k n) \approx 3 - 4$	$O(n) \approx 10^6$*	$O(1) = 2$
Konstante Schlüsseltransformationsverfahren	Externes Hashing mit separatem Überlaufbereich	$O(1) \approx 1.1 - 1.4$	$O(n \log_2 n)$**	$O(1) \approx 1.1$
	Externes Hashing mit Separatoren	$O(1) = 1$	$O(n \log_2 n)$**	$O(1) = 1$ (+D)
Variable Schlüsseltransformationsverfahren	Erweiterbares Hashing	$O(1) = 2$	$O(n \log_2 n)$**	$O(1) \approx 1.1$ (+R)
	Lineares Hashing	$O(1) = 1$	$O(n \log_2 n)$**	$O(1) < 2$

* Bei Clusterbildung bis zu Faktor 50 geringer

** Physisch sequentielles Lesen, Sortieren und sequentielles Verarbeiten der gesamten Sätze

Beispielangaben für $n = 10^6$